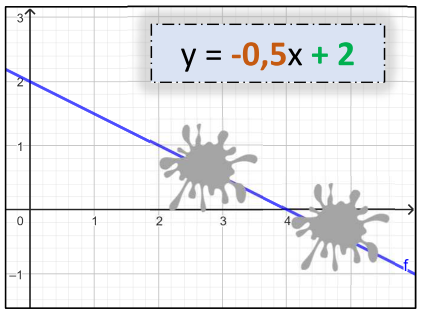
Punktprobe



Aufgabe: Liegen dir Punkte **P (2|1)** und **Q (5|-1)** auf dem Graphen der Funktion?

Einsetzen des Punktes in die Funktionsgleichung und überprüfen, ob die Gleichung erfüllt ist.

P (2|1) einsetzen

$1 = -0{,}5 \cdot 2 + 2$

$1 = -1 + 2$

$1 = 1$

$\Rightarrow$ **P liegt auf dem Graph**

Q (5|-1) einsetzen

$-1 = -0{,}5 \cdot 5 + 2$

$-1 = -2{,}5 + 2$

$-1 = -0{,}5$

$\Rightarrow$ **Q liegt nicht auf dem Graph**

Von der linearen Gleichung zur linearen Funktion

Aufgabe: Am Wandertag kauft die Klasse 8c Burger und Pommes für insgesamt 48€. Wie viele Burger bzw. Portionen Pommes können es gewesen sein?

2 €

4 €

Mit geeigneten Variablen **x = Anzahl Pommes** und **y = Anzahl Burger** lässt sich eine Gleichung aufstellen: **x · 2€ + y · 4€ = 48€** oder **2x + 4y = 48**. Weitere Lösungen findet man am besten, in dem man **die lineare Gleichung** in eine **lineare Funktion** umformt und für x anschließend Werte einsetzt.

Lineare Gleichung

$2x + 4y = 48$

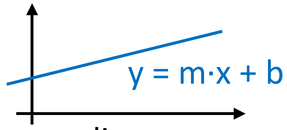
$2x + 4y = 48 \quad | -2x$

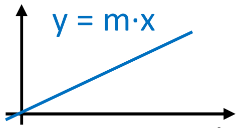
$4y = 48 - 2x \quad | :4$

Lineare Funktion (y = ...)

$y = 12 - 0{,}5x$

Lineare Funktionen



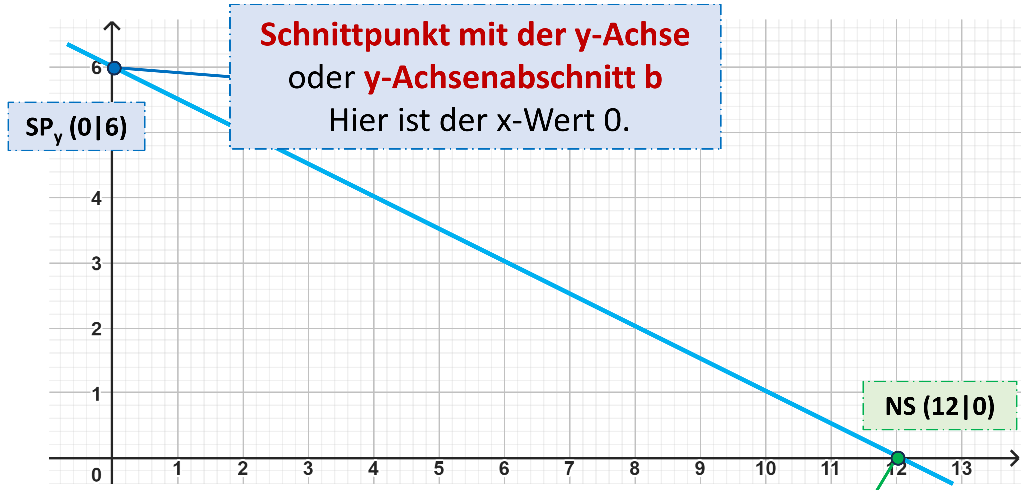


Beim **Graph einer linearen Funktion** handelt es sich um eine **Gerade**, die **nicht zwangsläufig durch den Ursprung** verläuft. Die proportionale Funktion ist ein Sonderfall der linearen Funktion. Hier geht der Graph durch den Ursprung.

Mit einer linearen Funktionen lässt sich zum Beispiel das Abbrennen einer Kerze modellieren.

Besondere Punkte.

Zur Beschreibung einer linearen Funktion, sind unter anderem die folgenden Punkte interessant.

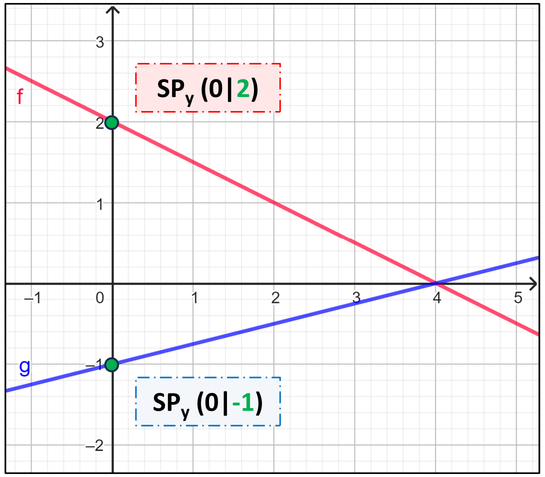


Nullstelle – Schnittpunkt mit der x-Achse. Hier ist der y-Wert 0.

Die Funktionsgleichung

Eine lineare Funktion wird durch die Funktionsgleichung
y = m · x + b beschrieben.

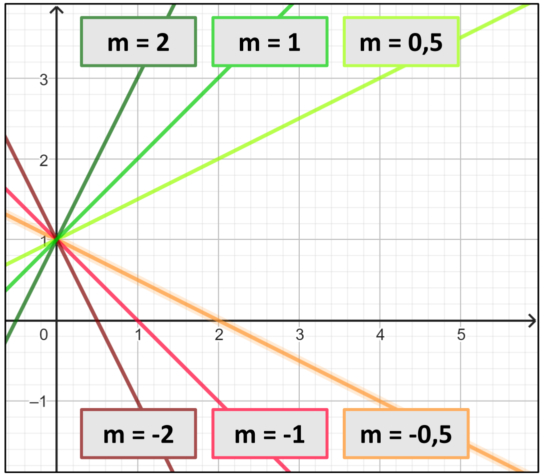
Einfluss auf den Graphen: y-Achsenabschnitt b



Bei **b** handelt es sich um den **y-Achsenabschnitt**. Der Graph schneidet die y-Achse bei (**0**|**b**).

SP$_y$	Funktionsgl.
SP$_y$ (0|2)	y = - 0.5 x + 2
SP$_y$ (0|-1)	y = 0.25 x - 1

Einfluss auf den Graphen: Steigung m



Der Wert von **m** beschreibt die **Steigung** des Graphen.

<u>Dabei gilt:</u>
m > 0: Der Graph **steigt**
m < 0: Der Graph **fällt**

Je größer der betragliche Wert von m, desto **steiler** verläuft der Graph.

Funktionsgleichung aus zwei Punkten bestimmen

Aufgabe: Gib die Funktionsgleichung der linearen Funktion durch die Punkte P_1 (2|3) und P_2 (5|9) an.

y = m · x + b

1. Berechne die Steigung m :

$$m = \frac{\text{y–Unterschied}}{\text{x–Unterschied}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

P_1 (2|3) $\rightarrow x_1 = 2,\ y_1 = 3$
P_2 (5|9) $\rightarrow x_2 = 5,\ y_2 = 9$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-3}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$$

m bekannt ⇒ **y = 2 · x + b**

2. Punkt P_1 <u>oder</u> P_2 in die Funktionsgleichung **einsetzen** und anschließend **nach b auflösen**

P_1 (2|3) $\rightarrow$ x = 2, y = 3

y = 2 · x + b
3 = 2 · 2 + b
3 = 4 + b | - 4
- 1 = b

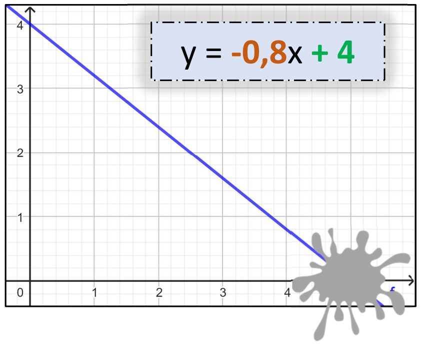
b bekannt ⇒ **y = 2 · x – 1**

Liegen drei Punkte auf einer Geraden?

- Bestimme die Funktionsgleichung durch 2 Punkte (siehe oben).
- Überprüfe, ob der 3. Punkt auch auf dem Graph der Funktion liegt (**Punktprobe** – siehe nächste Seite).

Punkte berechnen

Nullstelle



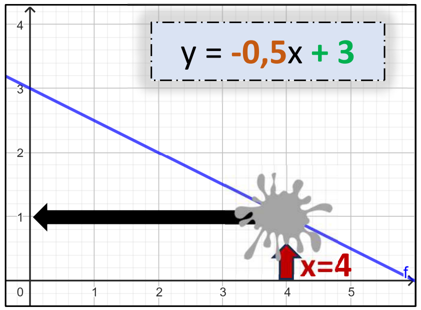
Gib die Nullstelle an

An der **Nullstelle** gilt: **y = 0**

Einsetzen in die Funktionsgleichung:

$$y = -0{,}8x + 4$$
$$0 = -0{,}8x + 4 \quad | -4$$
$$-4 = -0{,}8x \quad | : (-0{,}8)$$
$$5 = x$$

y-Wert zu gegebenem x-Wert

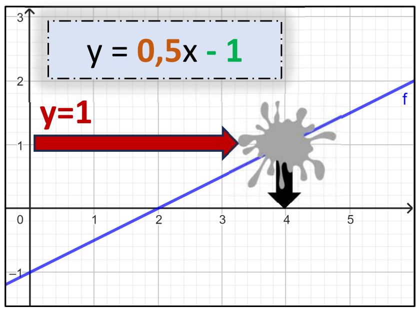


Gib den Punkt an (4|?)

Einsetzen des x-Wertes in die Funktionsgleichung:

$$y = -0{,}5 \cdot x + 3$$
$$y = -0{,}5 \cdot 4 + 3$$
$$y = -2 + 3$$
$$y = 1 \quad \Rightarrow P\,(4|1)$$

x-Wert zu gegebenem y-Wert



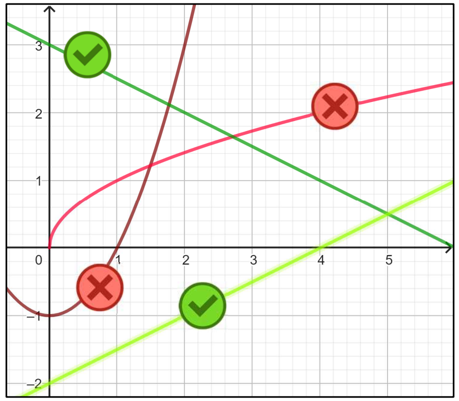
Gib den Punkt an (?|1)

Einsetzen des y-Wertes in die Funktionsgleichung, nach x auflösen.

$$y = 0{,}5 \cdot x - 1$$
$$1 = 0{,}5 \cdot x - 1 \quad | +1$$
$$2 = 0{,}5 \cdot x \quad | : 0{,}5$$
$$4 = x \quad \Rightarrow P\,(4|1)$$

Überprüfen auf Linearität

Am Graphen



Der Graph einer linearen Funktion ist eine **Gerade**, die nicht unbedingt durch den Ursprung gehen muss. Geht die Gerade durch den Ursprung, so handelt es sich um einen Sonderfall (b = 0). Man nennt die Funktion dann proportionale Funktion.

An der Wertetabelle

+1 +1 +1

x	0	1	2	3
y	5	7	9	11

+2 +2 +2

Die Steigung m muss **konstant** sein. Das bedeutet: Zu sich gleichmäßig ändernden x-Werten müssen sich auch die y-Werte in gleichen Schritten ändern.

An der Funktionsgleichung

$y = 2 \cdot x + 3$

$y = x^2 + 3$

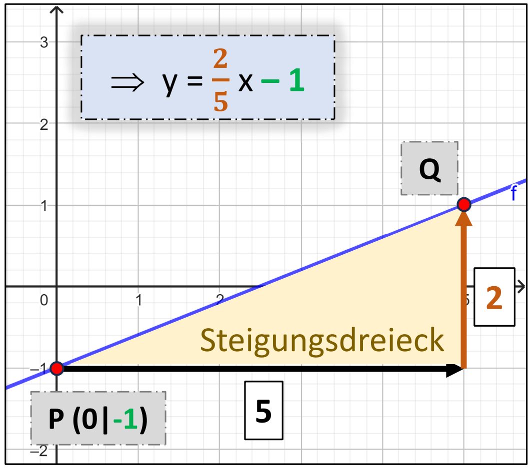
$y = -3 \cdot x - 4$

Die Funktionsgleichung hat die Form $y = m \cdot x + b$

m und **b** können dabei positive oder negative Werte annehmen.

Funktionsgleichung ablesen

Am Graphen



1. Lies den Wert von b als **Schnittpunkt mit der y-Achse** ab
2. Suche einen zweiten Punkt auf dem Graphen und zeichne ein Steigungsdreieck.
3. Für die Steigung **m** gilt:

$$m = \frac{\text{y–Unterschied}}{\text{x–Unterschied}}$$

An der Wertetabelle

+1

x	0	1	2	3
y	5	7	9	11

y-Achsen-abschnitt **b**

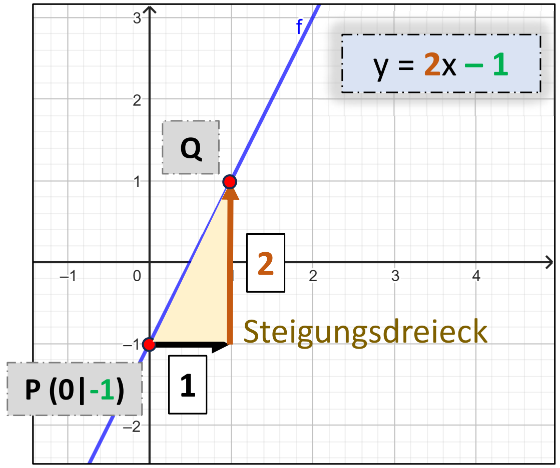
+2

Steigung **m**

1. Der **y-Achsenabschnitt b** entspricht dem y-Wert bei x = 0
2. Die **Steigung m** ist der **y-Unterschied**, wenn der **x-Wert** um **1 größer** wird.

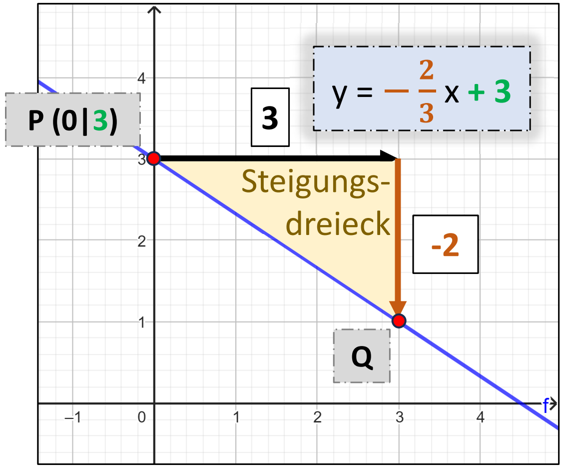
Graph zeichnen

Steigung m ist eine ganze Zahl



1. Zeichne den y-Achsenabschnitt (0|**b**) ein
2. Gehe um **1 nach rechts** und um **m nach oben** (bzw. unten, wenn **m** negativ). Dort einen zweiten Punkt markieren.
3. Verbinde die Punkte durch eine Gerade.

Steigung m ist ein Bruch



1. Zeichne den y-Achsenabschnitt (0|**b**) ein
2. Gehe um den **Nenner nach rechts** und um den **Zähler** nach oben (bzw. unten, wenn der Bruch negativ). Dort einen zweiten Punkt markieren.
3. Verbinde die Punkte durch eine Gerade.

Oder einfach durch Einsetzen in die Funktionsgleichung **2 Punkte berechnen**, diese **einzeichnen** und durch eine Gerade **verbinden**.